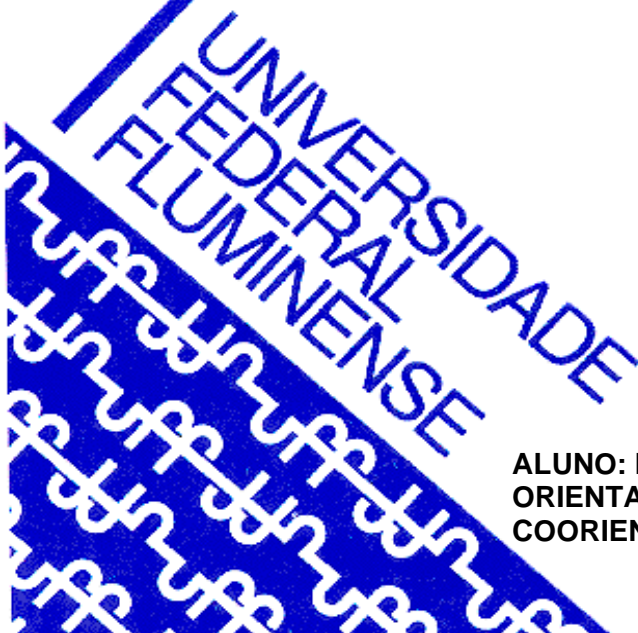




UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
CENTRO TECNOLÓGICO  
ESCOLA DE ENGENHARIA INDUSTRIAL METALÚRGICA DE VOLTA REDONDA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA

**DISSERTAÇÃO DE  
MESTRADO**

**Análise de propagação de trinca em um eixo  
de aço SAE 1045 a partir de ensaios de fadiga  
e modelamento numérico via o método dos  
elementos finitos**



**ALUNO: Marcelo Costa Martins  
ORIENTADOR: Prof. Dr. Neil de Medeiros  
COORIENTADOR: Prof. Dr. Jorge Alberto Rodríguez Duran**

**Volta Redonda  
2025**

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
ESCOLA DE ENGENHARIA INDUSTRIAL METALÚRGICA DE VOLTA REDONDA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA

**Marcelo Costa Martins**

**Análise de propagação de trinca em um eixo de aço SAE 1045 a partir de ensaios de fadiga e modelamento numérico via o método dos elementos finitos**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal Fluminense. Área de Concentração: Modelamento e Simulação de Processos e Fenômenos.

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Neil de Medeiros  
**COORIENTADOR:** Prof. Dr. Jorge Alberto Rodríguez Duran

**Volta Redonda  
2025**

Ficha catalográfica automática - SDC/BEM  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

M379a Martins, Marcelo Costa  
Análise de propagação de trinca em um eixo de aço SAE 1045 a partir de ensaios de fadiga e modelamento numérico via o método dos elementos finitos / Marcelo Costa Martins. - 2025.  
51 f.: il.

Orientador: Neil de Medeiros.  
Coorientador: Jorge Alberto Rodríguez Duran.  
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda, Volta Redonda, 2025.

1. Fadiga. 2. Propagação de trincas. 3. Análise modal. 4. Método dos elementos finitos. 5. Produção intelectual. I. Medeiros, Neil de, orientador. II. Duran, Jorge Alberto Rodríguez, coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda. IV. Título.

CDD - XXX

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
ESCOLA DE ENGENHARIA INDUSTRIAL METALÚRGICA DE VOLTA REDONDA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA

**Marcelo Costa Martins**

**Análise de propagação de trinca em um eixo de aço SAE 1045 a partir de ensaios de fadiga e modelamento numérico via o método dos elementos finitos**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal Fluminense. Área de Concentração: Modelamento e Simulação de Processos e Fenômenos.

Aprovada em 10 de fevereiro de 2025



Documento assinado digitalmente

NEIL DE MEDEIROS

Data: 10/02/2025 14:26:36-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Neil de Medeiros (Orientador)  
Universidade Federal Fluminense (EEIMVR/UFF)

Documento assinado digitalmente



JORGE ALBERTO RODRIGUEZ DURAN

Data: 10/02/2025 19:41:12-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Jorge Alberto Rodríguez Durán (Coorientador)  
Universidade Federal Fluminense (EEIMVR/UFF)

Documento assinado digitalmente



GLAUCIO SOARES DA FONSECA

Data: 10/02/2025 19:22:18-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Gláucio Soares da Fonseca  
Universidade Federal Fluminense (EEIMVR/UFF)

Documento assinado digitalmente



SAULO BRINCO DINIZ

Data: 10/02/2025 18:27:45-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Saulo Brinco Diniz  
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ)

Volta Redonda  
2025

## RESUMO

O estudo da propagação de trincas por fadiga em eixos através de vibrações mecânicas correlaciona a redução da rigidez com as frequências e modos naturais do sistema. Nesta pesquisa corpos de prova cilíndricos fabricados em aço carbono SAE 1045 com um entalhe em V foram submetidos a ensaio de fadiga com ciclo de 30 Hz variando a carga na forma senoidal de 15 kN a 45 kN, sendo o ensaio interrompido na medida em que a trinca se manifestasse, resultando em trincas com diferentes profundidades: O primeiro corpo de prova sem danos, o segundo numa profundidade inicial, o terceiro numa profundidade intermediária e o quarto no final da propagação da trinca. Estes tiveram seus modos naturais explorados através da análise modal experimental. O comportamento destes eixos foi caracterizado via o método de elementos finitos e submetido a análise de fadiga, análise modal e harmônica. Os resultados experimentais mostraram um decaimento da frequência natural estudada de 6944 Hz para 3775 Hz, um decréscimo da ordem de 45,6% no domínio frequência, à medida que a trinca se propaga. Os resultados numéricos mostraram um decaimento da frequência natural estudada de 6719,1 Hz para 3740,2 Hz, um decréscimo da ordem de 44,3% no domínio frequência, à medida que a trinca se propaga. Os resultados mostraram também um número de 81.000 ciclos durante a progressão da trinca e um tempo decorrido de 44 minutos. Estes resultados indicam que o decaimento da frequência natural está associado à mudança de rigidez durante a progressão da trinca, o que indica que é viável monitorar a progressão da trinca rastreando essas frequências naturais.

**Palavras-chave:** Fadiga, propagação de trincas, análise modal, método dos elementos finitos, aço SAE 1045.

## ABSTRACT

Fatigue cracks propagation of shafts through mechanical vibrations studies are based in the correlation of stiffness reduction with natural frequencies changes and vibration modes of the system. In this research, cylindrical specimens made of SAE 1045 carbon steel with a V-notch were subjected to a fatigue test at 30 Hz cycle, varying the load in a sinusoidal form from 15 kN to 45 kN, with the test being interrupted as the crack manifested, resulting in cracks with different depths: the first specimen without damage, the second at an initial depth, the third at an intermediate depth and the fourth at the end of the crack propagation. These had their natural modes explored through experimental modal analysis. The behavior of these shafts was characterized via the finite element method and subjected to fatigue, modal and harmonic analysis. The experimental results showed a decline in the natural frequency studied from 6944 Hz to 3775 Hz, a decline of about 45.6% in the frequency domain, as the crack propagates. The numerical results showed a decline in the scientific natural frequency from 6719.1 Hz to 3740.2 Hz, a decline of about 44.3% in the frequency domain, as the crack propagates. Results also showed 81,000 cycles during the crack progression and an elapsed time of 44 minutes. These results indicate that the decline in the natural frequency is associated with the change in difficulty during the crack progression, which indicates that it is possible to monitor the crack progression by tracking these natural frequencies.

**Keywords:** Fatigue, crack propagation, modal analysis, finite element method, SAE 1045 steel.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Curva típica de propagação de trincas por fadiga. Duran (2012).....	17
Figura 2 – Representação gráfica do tamanho da trinca. ....	18
Figura 3 – Esquema da análise modal experimental. Adaptado de Schwarz e Richardson (1999) .....	22
Figura 4 –Soluções para análise de trincas. Adaptado de Ansys (2019).....	25
Figura 5 – Etapas metodológicas. ....	27
Figura 6 – Geometria dos corpos de prova. ....	28
Figura 7 – Teste de fadiga controlado por carga na máquina Instron 8801. ....	29
Figura 8 – Display do controlador da máquina Instron 8801.....	31
Figura 9 – Equipamentos para o ensaio de análise modal experimental. ....	33
Figura 10 – Corpo de prova sendo submetido a análise modal experimental.....	34
Figura 11 – Aplicação da malha quadrática de elementos tetraédricos no modelo. .	35
Figura 12 – Amplitude de Tensão aplicada na análise de Fadiga. ....	35
Figura 13 – Padrão de progressão da trinca usando a lei de Paris. ....	36
Figura 14 – Aplicação da malha quadrática de elementos tetraédricos no modelo. .	36
Figura 15 – Análise Modal Experimental – Gráficos da Função de Resposta. ....	39
Figura 16 – Resultados numéricos de tensões de von Mises.....	40
Figura 17 – Gráfico a (mm) x N (ciclos).....	41
Figura 18 – Gráfico FRF – Função Resposta de Frequência (sem trinca).....	41
Figura 19 – Resultados da análise modal dos 4 modelos. ....	43
Figura 20 – Frequências naturais versus profundidade da trinca. ....	45

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Composição típica do aço SAE 1045. Retirado de Singh, 2021 .....	26
Tabela 2 – Propriedades típicas do aço SAE 1045. Retirado de Ozel, 2005 .....	27
Tabela 3 – Resultados das frequências naturais versus profundidade da trinca. ....	44

## LISTA DE ABREVIATURAS, SÍMBOLOS E SIGLAS

ASM	ASM International – Former American Society for Metals
ASTM	American Society for Testing and Materials
CP	Corpo de prova
EEIMVR	Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda
FFT	Fast Fourier Transform
FRF	Frequency Response Function
HCF	High-cycle fatigue
LCF	Low-cycle fatigue
MEF	Método de Elementos Finitos
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
SMART	Separating, Morphing, Adaptive, and Remeshing Technology
UFF	Universidade Federal Fluminense
$S_u$	Limite de ruptura
$S_y$	Limite de escoamento
$\sigma$	Tensão equivalente de von Mises
$\mu$	Coeficiente de Poisson
K	Fator de intensidade de tensão
$\Delta K$	Variação da amplitude do fator de intensidade de tensão
a	Tamanho de trinca
da	Incremento no tamanho de trinca
dN	Número de ciclos de fadiga
C	Constante do material
m	Constante de sensibilidade do material à variação de tensão
R	Taxa de Tensão
$m$	Constante de massa
c	Constante de amortecimento
k	Constante de rigidez
F	Força
$\omega_n$	Frequência natural angular
$f_n$	Frequência natural

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>14</b>
<b>3.1</b>	<b>O problema da fadiga.....</b>	<b>14</b>
3.1.1	A lei de Paris e a propagação da trinca.....	16
3.1.2	A geometria da trinca na propagação .....	18
<b>3.2</b>	<b>Análise modal experimental .....</b>	<b>19</b>
<b>3.3</b>	<b>Análise Harmônica .....</b>	<b>23</b>
<b>3.4</b>	<b>Ferramenta Ansys Fatigue.....</b>	<b>24</b>
<b>3.5</b>	<b>O algoritmo SMART Crack Growth .....</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1</b>	<b>Material.....</b>	<b>26</b>
<b>4.2</b>	<b>Métodos .....</b>	<b>27</b>
4.2.1	Ensaio de fadiga .....	28
4.2.2	Análise modal experimental .....	32
4.2.3	Análise via o método de elementos finitos .....	34
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>38</b>
<b>5.1</b>	<b>Análise Modal Experimental .....</b>	<b>38</b>
<b>5.2</b>	<b>Simulação de Fadiga via MEF.....</b>	<b>40</b>
<b>5.3</b>	<b>Análise Harmônica via MEF .....</b>	<b>41</b>
<b>5.4</b>	<b>Análise Modal via MEF.....</b>	<b>42</b>
<b>5.5</b>	<b>Frequências Naturais versus Profundidade da Trinca .....</b>	<b>44</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>46</b>
<b>7</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>47</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>48</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de defeitos mecânicos e a ocorrência de fraturas em eixos de máquinas rotativas são obstáculos à confiabilidade dos ativos, principalmente quando resulta em quebra inesperada, gerando perdas no processo produtivo. Dentre eles, destaca-se o fenômeno da fadiga em metais em sistemas mecânicos que produzem cargas cíclicas, esse fenômeno pode causar a nucleação de trincas em eixos de importantes máquinas rotativas como explorado por Campbell (2012).

De acordo com Castro e Tavares (2020) a fadiga é a principal causa de falha de materiais. Verifica-se então a importância de um grande empenho acadêmico em relação à fadiga, bem como da engenharia de manutenção em entender como executar um acompanhamento que seja capaz de prever quantos ciclos esse componente, sujeito a solicitações dinâmicas, suportará antes de uma falha repentina, evitando assim imprevistos, acidentes, corretivos emergenciais e, conseqüentemente, prejuízos econômicos.

Considerando que todo equipamento em operação produz algum nível de vibração originada do movimento de seus componentes, e que ao se conhecer as frequências características destes movimentos é possível caracterizá-los através da técnica de análise de vibrações. De acordo com Rao (2008), quando um destes componentes estiver submetido a um processo de deterioração ou desequilíbrio também ocorrerá algum tipo de alteração no movimento vibratório, possibilitando o diagnóstico destes defeitos, como por exemplo: folgas mecânicas, desgastes de rolamentos, desgastes de engrenagens, desbalanceamentos e desalinhamentos.

Nestes casos a amplitude de vibração das máquinas tende a aumentar com a progressão do defeito ou desequilíbrio.

As frequências características deste tipo de defeitos como o desgaste de rolamentos, desgaste de engrenagens, desbalanceamento e desalinhamentos, são possíveis de se obter através de cálculos analíticos simples associados a frequência de rotação a qual estão submetidos.

A técnica de análise de vibrações aplicada na estratégia de manutenção preditiva se popularizou justamente por possibilitar a identificação prematura destas condições, por meio da evolução das frequências previamente calculadas, principalmente do acompanhamento periódico através de gráficos no domínio da frequência e de gráficos de tendência no domínio do tempo. Para este tipo de diagnóstico é necessário: Conhecer as frequências determinísticas, utilizar instrumentação adequada e definir da periodicidade adequada de monitoramento, além de profissionais habilitados para tal análise.

O diagnóstico de trincas em eixos rotativos não teve o mesmo desenvolvimento, haja visto que o movimento relativo entre as partes do eixo trincado nem sempre implica em um aumento significativo da amplitude de vibração, mas sim na sua alteração no domínio da frequência. Além disso é necessário conhecer os valores das frequências naturais cujo cálculo, dependendo do número de graus de liberdade, se torna relativamente mais complexo.

Pesquisas realizadas por Bently e Muszynska (1986) mostram a identificação de trincas por fadiga em rotores através do monitoramento de vibração e a possibilidade de rastrear a propagação de trincas usando a medição de órbitas, associando-as aos modos naturais. Trabalhos como os métodos de Saez e Navarro (2002), Lebold et al. (2003) e Lissenden et al. (2007) correlacionam resultados experimentais e computacionais, utilizando testes modais para identificar os modos naturais e métodos computacionais para modelar a progressão da trinca. Estes trabalhos em geral correlacionam a mudança na rigidez do eixo com as frequências naturais.

O trabalho de Bhana (2013) por sua vez propõe também a associação de técnicas monitoramento contínuo de vibrações para detecção de trinca em eixos, evitando assim uma falha catastrófica. O método aplicado pelos autores, associando

análise experimental e computacional também pode ser utilizado para detectar e acompanhar trincas em diversos tipos de equipamentos rotativos como motores e bombas centrífugas.

Neste trabalho a análise modal experimental, conhecida também como teste de impacto, foi utilizada como forma de identificar como a flexibilidade do eixo se comporta durante a propagação da trinca e sua influência nos modos naturais do eixo que associado ao Método de Elementos Finitos (MEF) permitindo a caracterização da progressão das frequências naturais durante a propagação da trinca. Foi estudada a influência da profundidade das trincas nas frequências naturais e nas formas modais de corpos de prova fabricados em aço SAE 1045, com propriedades características equivalentes as de eixos aplicados em motores e bombas centrífugas.

Para obter eixos com diversas profundidades de trinca foi utilizado o ensaio de fadiga consistindo em aplicar cargas cíclicas nos corpos de prova. As análises modais foram realizadas a partir do impacto com martelo modal nos corpos de prova e as análises por meio do MEF, foram: análise da propagação da trinca utilizando-se o modelo e as constantes e da lei de Paris, análise modal e análise harmônica.

O desenvolvimento deste estudo justifica-se pelo impacto que as trincas em eixos podem ter na confiabilidade dos equipamentos rotativos e pela escassez de literatura que abrange de maneira ampla a aplicação destas técnicas associadas à caracterização da progressão de trincas, visando criar um modelo preventivo que possa ser utilizado para monitorar este fenômeno.

## 2 OBJETIVOS

O presente trabalho visa determinar o comportamento modal de um eixo em diferentes estágios de progressão de uma trinca por fadiga, identificando mudanças nas frequências naturais ou nas formas modais de vibração do eixo, indicando que uma trinca está se desenvolvendo ou propagando, sem a necessidade de inspeções visuais.

### 2.1 Objetivos específicos

- a) Realizar ensaio de fadiga em dez corpos de prova para obter no mínimo quatro em diferentes estágios de propagação de uma trinca;
- b) Realizar ensaios modais experimentais utilizando martelo modal dos quatro corpos de prova visando obter as frequências naturais destes corpos de prova em diferentes estágios de propagação de trinca;
- c) Caracterizar a propagação de uma trinca por fadiga em um eixo via o MEF, obtendo numericamente as previsões de tensões e o número de ciclos de fadiga durante a propagação da trinca;
- d) Determinar a função resposta de frequência através da análise harmônica e as formas modais nos estágios de propagação da trinca no eixo através de análise modal deste eixo via o MEF;
- e) Caracterizar a evolução das frequências naturais e das formas modais estudadas, durante a propagação da trinca.

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 O problema da fadiga

As primeiras publicações e observações sobre o fenômeno da fadiga em eixos datam do século passado, relatam que as cargas cíclicas eram tipicamente tratadas como cargas estáticas, porém com altos fatores de segurança. Mughrabi (2015), descreve as notáveis investigações desenvolvidas pelo engenheiro alemão August Wöhler sobre o fenômeno da fadiga, quando rupturas repentinas em eixos de vagões ferroviários foram testemunhadas inicialmente após um curto período de serviço, tornando-se uma referência na literatura de mecânica da fratura e originando posteriormente o gráfico denominado curva S-N que caracteriza o desempenho dos materiais relacionando suas tensões com o número de ciclos de carregamento.

A classificação de fadiga em alto ciclo ou baixo ciclo não é determinada apenas pela frequência de carregamento (número de ciclos por segundo), mas pelo número total de ciclos que o material suporta antes da falha e pela amplitude do carregamento, sendo:

- A fadiga de alto ciclo associada a situações em que o material suporta muitos ciclos, usualmente acima de 1.000 ciclos, antes de falhar. As tensões aplicadas são menores que o limite de resistência ao escoamento do material;
- A fadiga de baixo ciclo associada a situações em que o material falha após um número relativamente baixo de ciclos, usualmente menos de 1.000 ciclos, com tensões aplicadas altas o suficiente para causar deformações plásticas significativas.

Em geral, os eixos de motores e bombas podem falhar devido à fadiga de alto ciclo. Essa falha ocorre quando são submetidos a estas cargas repetidas ou variações de tensão ao longo do tempo, causando microtrincas que se acumulam até o componente não suportar mais a carga e quebrar.

No contexto de eixos de motores e bombas, a fadiga de alto ciclo pode ser causada ou potencializada por:

**Vibração e carga cíclica:** Motores e bombas, especialmente em sistemas com frequências de operação elevadas, podem gerar vibrações significativas. Se essas vibrações forem repetitivas e não forem bem controladas, podem resultar em falhas por fadiga no material do eixo.

**Desbalanceamento:** Se um motor ou bomba não estiver balanceado adequadamente, as forças centrífugas e as vibrações podem aumentar significativamente, levando a uma carga repetitiva no eixo, o que favorece o surgimento de falhas por fadiga.

**Ciclos de operação extremos:** Frequentes partidas e paradas, bem como operações em regimes de carga e velocidade variáveis, podem causar acúmulo de danos no material ao longo do tempo. Isso aumenta a probabilidade de falhas por fadiga.

**Projeto inadequado:** Eixos que não são projetados para suportar as cargas e tensões específicas de seu uso podem ter uma vida útil reduzida devido à fadiga.

**Defeitos de fabricação:** São uma causa significativa de falhas em eixos de motores e bombas. Esses defeitos geralmente estão relacionados a falhas nos processos de fabricação, como ajustes inadequados, marcas de ferramenta de usinagem que podem gerar concentradores de tensões ou à escolha inadequada de materiais.

A superfície de falha por fadiga, em geral, é perpendicular à direção da tensão de tração aplicada, tal tensão pode ser de natureza axial (tensão-compressão), flexão ou torcional. Segundo Budynas e Nisbett (2008), as cargas que ocorrem nas máquinas produzem tensões que são chamadas de tensões variáveis, repetidas, alternadas ou flutuantes porque oscilam no tempo.

Ensaio de fadiga através de testes hidráulicos sob pressão, como os propostos por Marquis e Socie (1997) tem se mostrado eficientes no estudo de

propagação de trincas. Adicionalmente, Dong et al. (2020) realizaram ensaios de fadiga usando equipamentos eletrohidráulicos e modelaram a progressão da trinca através do MEF, visando estudar o comportamento durante a propagação da trinca e o fator de concentração de tensões.

### 3.1.1 A lei de Paris e a propagação da trinca

A Lei de Paris, baseada nas publicações de Paris et al (1961) e Paris e Erdogan (1963) descreve a propagação de trincas por fadiga em materiais, estabelecendo uma relação entre a taxa de propagação da trinca e a amplitude do fator de intensidade de tensão, sendo expressa através de:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1)$$

Onde:

$da/dN$  é a taxa de crescimento da trinca por ciclo de carga;

$a$  é o comprimento da trinca;

$N$  é o número de ciclos;

$C$  Constante empírica que depende do material, da temperatura, do ambiente e das condições específicas do teste.;

$m$  Constante empírica que caracteriza a sensibilidade do material à variação da intensidade de tensão

$\Delta K$  é a variação da amplitude do fator de intensidade de tensão, que depende da variação da amplitude do carregamento e da geometria da trinca e da peça.

Sendo:

$$\Delta K = K_{m\acute{a}x} - K_{m\acute{i}n} \quad (2)$$

O fator de intensidade de tensão é definido como:

$$K = \sigma Y \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

onde  $\sigma$  é a tensão perpendicular ao plano da trinca e  $Y$  é um parâmetro adimensional que depende da geometria da peça.

Os fatores de intensidade de tensão podem ser considerados como a medida do efeito do carregamento e da geometria sobre a intensidade da tensão na região da raiz da trinca. Sendo assim, na medida em que as amplitudes de tensão variam e a geométrica é alterada com a extensão da trinca os valores instantâneos de  $K$  refletem este efeito na raiz da trinca.

A Figura 1 traz a representação da curva  $da/dN$  em função de  $\Delta K$ , demonstrando as três fases de propagação da trinca. De acordo com Duran (2012) na fase II das curvas  $da/dN$  vs  $\Delta K$  o crescimento é controlado por mecanismos contínuos, pouco sensíveis à microestrutura, à carga média, ao meio ambiente e a espessura da peça. A equação de Paris ajusta bem os dados experimentais nesta fase, que está tipicamente associada à fadiga de alto ciclo, sendo a região de interesse desta pesquisa.

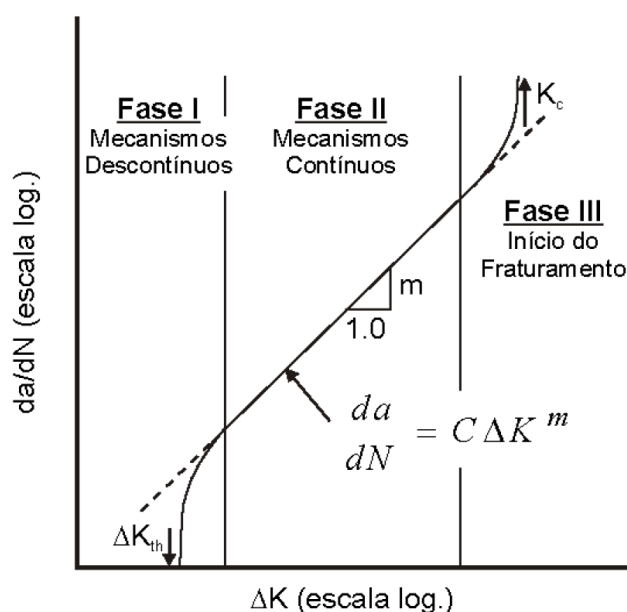


Figura 1 – Curva típica de propagação de trincas por fadiga. Duran (2012).

Os parâmetros do material  $m$  e  $C$  são considerados constantes na região II do gráfico, onde deve haver uma menor dependência da microestrutura do material, taxa de carregamento e condições ambientais, como descrito em Ciavarella et al (2008), onde  $m$  corresponde ao seu coeficiente angular e  $C$  corresponde a

intercessão da reta para  $\Delta K$  igual a 1. Em concordância com a pesquisa realizada por Ciavarella et al (2008), foi utilizado o valor de 3 para a constante  $m$  para o material em questão e de  $2,3^{-13} \frac{m/ciclo}{(MPa \cdot m^{1/2})^3}$  para a constante  $C$ , aplicáveis a ligas de aço. Estes valores são obtidos de forma experimental, sendo que, de acordo com Carpinteri (2007), ainda seria impossível o seu cálculo teórico na forma analítica.

### 3.1.2 A geometria da trinca na propagação

O comprimento (ou profundidade) da trinca  $a$  refere-se ao tamanho da trinca num determinado momento, conforme representado na Figura 2. É normalmente medido a partir do tamanho inicial da trinca. Na lei de Paris este comprimento está relacionado a um determinado número de ciclos de carregamento  $N$ .

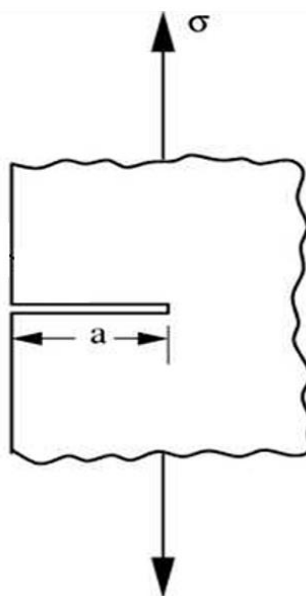


Figura 2 – Representação gráfica do tamanho da trinca.

O comprimento da trinca  $a$  é especialmente importante neste trabalho, pois quanto maior o comprimento da trinca, maior será a mudança na rigidez do eixo e mais a frequência natural e as formas modais irão se alterar com a sua progressão.

De acordo com Ameyaw (2014) as trincas que permanecem sempre abertas são conhecidas como “gaping cracks”. Este tipo de trinca é mais simples de

reproduzir em ambiente de laboratório e, portanto, o trabalho experimental está focado tipo de trinca.

Os entalhes sendo descontinuidades geométricas e interrompendo o fluxo de forças pela peça geram uma concentração de tensões ao seu redor. O entalhe inicial é uma estratégia aplicada nos corpos visando orientar a localização, a direção e, de certa forma, o caminho do crescimento da trinca, conforme descrito nos experimentos de Benthem e Koiter (1973).

### 3.2 Análise modal experimental

Segundo Rao (2008), se após uma perturbação inicial, um sistema continuar a vibrar por si próprio sem reação de forças externas, a frequência com que ele oscila é denominada frequência natural. A análise modal ou ensaio modal trata da determinação de frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais por meio de ensaios de vibração.

Segundo Schwarz e Richardson (1999), os modos de vibração são propriedades intrínsecas de uma estrutura sendo definidos pelas propriedades do material da estrutura como o amortecimento, rigidez e massa. Cada modo de vibração é definido por um modo natural. Estes modos de vibração podem ser excitados em qualquer região da estrutura e as respostas podem ser encontradas caracterizando essa vibração. Kumar e Mahto (2014) demonstraram em uma viga de alumínio que mudanças nestas propriedades resultam em mudanças nestas frequências e formas modais.

Se uma força  $F(t)$  atuar sobre um sistema, o seu movimento vibratório pode ser obtido através da segunda lei de Newton e representado pela equação diferencial ordinária.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4)$$

Onde  $m$  é a massa,  $c$  o coeficiente de amortecimento e  $k$  o coeficiente de rigidez. As variáveis  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ ,  $x$  e  $F(t)$ , segundo a notação de Newton, são respectivamente a aceleração, a velocidade, o deslocamento e a Força que varia no tempo.

A solução homogênea da equação (4) é dada pela equação (5) para  $F(t)=0$ .

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (5)$$

Sendo a resposta causada pelas condições iniciais.

O movimento harmônico de um sistema é representado matematicamente pela equação.

$$X(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

Onde  $X$  representam o deslocamento,  $A$  é a amplitude máxima do sinal vibratório,  $\omega$  é a velocidade angular (ou frequência angular) em  $rad/s$ ,  $\varphi$  o ângulo de fase e  $t$  o instante de tempo. A velocidade angular por sua vez pode ser obtida através da equação abaixo, onde  $T$  é o período do movimento e  $f$  a frequência em Hz.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (7)$$

O deslocamento  $X$  pode ser expresso pela equação simplificada.

$$X = A \operatorname{sen}(\omega t) \quad (8)$$

A velocidade pode ser expressa por:

$$\frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t) \quad (9)$$

Sendo a aceleração:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t) = -\omega^2 x \quad (10)$$

Observando a segunda lei de Newton e o Princípio de D'Alembert, aplicando a equação (10) em (5) para um sistema não amortecido:

$$kx = -m\omega^2x \quad (11)$$

Evidenciando a velocidade angular  $\omega$  obtém-se a frequência angular  $\omega_n$  para sistemas com um grau de liberdade.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12)$$

Observa-se então que a frequência natural  $f_n$  depende da relação entre a rigidez e a massa do sistema e que na medida em que a rigidez reduz a frequência natural também irá reduzir, considerando que não há variação significativa de massa.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13)$$

Considerando ainda que o sistema pode ter  $n$  graus de liberdade e explicitando os vetores de Força, deslocamento, velocidade e aceleração, obtém-se a equação do movimento, baseada na equação (4) escrita na forma matricial.

$$[m]\ddot{x} + [c]\dot{x} + [k]x = F \quad (14)$$

Aplicado o princípio de substituição da equação (11) na equação (14) e considerando o método elementar, obtém-se a equação (15), que apresenta o problema de autovalor ou valor característico, onde  $\omega^2$  é o autovalor, sendo  $\omega$  a frequência natural do sistema:

$$[[k] - \omega^2[m]]X = 0 \quad (15)$$

A Figura 3 traz um esquema de uma análise modal experimental. Durante uma análise modal experimental, o impacto do martelo instrumentado gera uma resposta harmônica forçada ou função de resposta em frequência (FRF), relacionando excitação e resposta do sistema, que continua vibrando livremente

após o impacto do martelo. Conforme Cheung (2020) a resposta do sistema pode ser obtida através da função de transferência:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (16)$$

Onde  $H(\omega)$  é a razão da resposta do sistema  $X(\omega)$  é a excitação  $F(\omega)$ , assim também representada no gráfico da Função de Transferência abaixo.

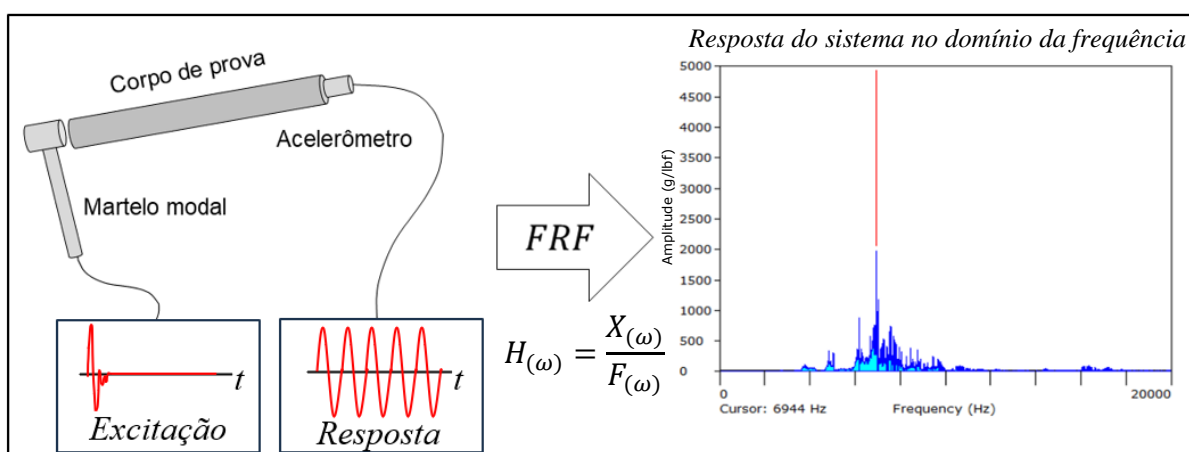


Figura 3 – Esquema da análise modal experimental. Adaptado de Schwarz e Richardson (1999)

A resposta em frequência expressa graficamente o valor de amplitude vibracional no domínio da frequência, caracterizando as frequências naturais.

No ensaio experimental cada impacto excita as frequências naturais do elemento que foi submetido à excitação. A duração do pulso e a forma da resposta em frequência dependem da massa, rigidez e amortecimento da estrutura.

Na medida em que a presença de uma trinca altera as propriedades do eixo, como a rigidez e a massa, as frequências naturais também se modificam, conforme mostrado na equação (13). A análise modal foi o método experimental utilizado neste trabalho para monitorar estas mudanças no decorrer da progressão da trinca.

### 3.3 Análise Harmônica

A análise harmônica ou análise de resposta dinâmica no ANSYS é configurada para estudar a resposta de um sistema a um carregamento cíclico senoidal consistindo em uma vibração forçada. O carregamento pode ser aplicado de forma localizada ou distribuída, e a excitação varia com o tempo de forma sinusoidal, representada por uma função do tipo:

$$F(t) = F_0 \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (17)$$

$F$  é a amplitude da força,

$\omega$  é a frequência angular (rad/s),

$t$  é o tempo,

$\varphi$  é a fase da vibração

O ANSYS realiza uma varredura de frequências para calcular a resposta dinâmica da estrutura em uma gama de frequências específicas. A frequência de excitação (ou frequências de carregamento harmônico) pode ser ajustada para varrer um intervalo de interesse. Esta condição é especialmente útil quando se conhece as frequências de carregamento, sendo este o caso geral dos equipamentos rotativos.

A Função de Resposta em Frequência (FRF) descrita na equação (16) é uma ferramenta fundamental nesta análise. Ela descreve a resposta de deslocamento ou outra variável (como velocidade ou aceleração) de um sistema a uma excitação harmônica, com base na relação entre a força aplicada e a resposta do sistema.

O gráfico FRF é a representação gráfica que descreve a amplitude e a fase da resposta de um sistema dinâmico em função da frequência de excitação. Ele é um dos gráficos mais utilizados para analisar sistemas dinâmicos sujeitos a excitações harmônicas. O gráfico é gerado a partir da Função de Transferência.

O gráfico FRF mostra picos ou ressonâncias nas frequências em que a frequência de excitação coincide com as frequências naturais do sistema. Esse fenômeno é conhecido como resposta de ressonância, e é crucial para identificar se

um sistema está suscetível a falhas por ressonância (onde a amplitude de resposta cresce substancialmente).

O diagrama de fase mostra a variação de fase entre a excitação e a resposta. Isso é importante para entender como o sistema se comporta em relação à aplicação da força. Em sistemas sub-ressonantes, a fase pode variar gradualmente, enquanto em sistemas ressonantes, pode ocorrer uma mudança abrupta na fase.

### **3.4 Ferramenta Ansys Fatigue**

O ANSYS Fatigue foi a ferramenta utilizada para a simulação do comportamento do eixo submetido a carregamentos cíclicos. Oferece a possibilidade de realizar a análise de propagação da trinca sob o aspecto da vida útil e de danos acumulados.

A lei de Paris foi o modelo empírico utilizado para descrever o crescimento da trinca sob carregamentos cíclicos.

### **3.5 O algoritmo SMART Crack Growth**

A simulação do crescimento de trincas em condições homogêneas e em estruturas compostas despertam interesse em função da sua aplicação em avaliações de integridade estrutural. O método mais utilizado em simulações é o de taxa de liberação de energia, tendo o fator de intensidade de tensão utilizado como critério de fratura.

Segundo Bashiri (2021) a ferramenta XFEM do software Abaqus foi introduzida por Belytschko e Black em 1999 enquanto a ferramenta SMART foi introduzida no Ansys Mechanical APDL 19.2 em 2018.

Em contraste com o XFEM, que evita a remalhagem, o SMART Crack Growth usa morfologia adaptativa e remalhagem local, garantindo que a trinca seja representada com precisão conforme cresce na estrutura.

Pesquisas conduzidas por Alshoabi (2021) caracterizando o crescimento de trincas por fadiga em chapas, confirmam a coerência dos resultados utilizando o algoritmo se comparados aos resultados experimentais e numéricos.

A Figura 4 expõe as funcionalidades do software Ansys para análise de fratura, tendo sido aplicado neste estudo o algoritmo Separating, Morphing, Adaptive, and Remeshing Technology (SMART) Crack Growth (em destaque à direita da figura), que atualiza automaticamente a malha para alterações na geometria da trinca devido ao crescimento da trinca em cada etapa da solução.

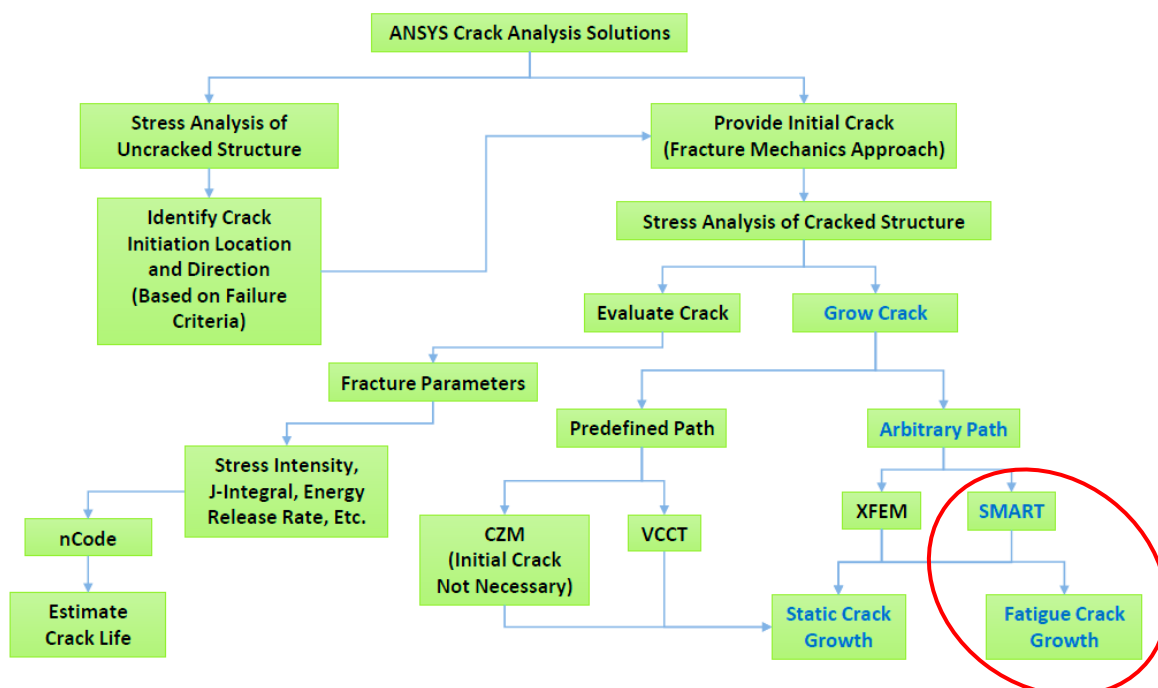


Figura 4 –Soluções para análise de trincas. Adaptado de Ansys (2019).

A solução iterativa estima o fator de intensidade de tensão  $K$  na frente da trinca, calcula o crescimento da trinca para uma extensão de trinca especificada de forma adaptativa e refaz a malha resolvendo modelo de fratura até que um limite no tamanho da trinca ou um limite de geometria seja atingido. O comprimento da trinca, o número de ciclos  $N$  e o fator de intensidade de tensão  $K$  podem então ser pós-processados. Nesta investigação, o deslocamento da abertura frente da trinca também é rastreado e uma relação entre o comprimento da trinca e número de ciclos é calculado utilizando a formulação da lei de Paris enquanto a trinca se propaga.

## 4 MATERIAL E MÉTODOS

O material utilizado assim como a metodologia aplicada para obtenção dos resultados inclui ensaios de fadiga, análise modal experimental e foram realizados no Laboratório de Mecânica Aplicada (VEM) localizado na Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, da Universidade Federal Fluminense – EEIMVR/ UFF e no laboratório de análise de vibrações do centro de serviços da empresa SKF, em Cajamar (SP). O MEF foi realizado utilizando-se o software ANSYS Workbench 2024 R1.

### 4.1 Material

Neste trabalho foram utilizadas barras laminadas a quente de aço carbono SAE 1045 medindo 16 mm de diâmetro, devido ampla aplicação desta classe de material na fabricação de eixos. A Tabela 1 mostra a composição típica desta liga de aço com os percentuais em massa, sendo o Ferro o elemento remanescente

Tabela 1 – Composição típica do aço SAE 1045. Retirado de Singh, 2021

Elemento	C	Mn	S	P
%	0,440	0,700	0,039	0,053

Esta é uma liga de médio carbono com propriedades altamente vantajosas para componentes mecânicos, tendo boa resistência e dureza, embora seja conhecida por sua boa usinabilidade e soldabilidade e resistência ao impacto,

podendo passar por diversos processos de tratamento térmico para aprimorar suas propriedades. A Tabela 2 mostra as propriedades típicas do aço SAE 1045.

Tabela 2 – Propriedades típicas do aço SAE 1045. Retirado de Ozel, 2005

Propriedades	Valor
Módulo de Elasticidade (GPa)	200
Coefficiente de Poisson	0,30
Tensão limite de escoamento (MPa)	553
Densidade (kg/dm <sup>3</sup> )	7,8

## 4.2 Métodos

Será apresentada nesta seção as metodologias adotadas para cada etapa do trabalho de forma que possibilite a obtenção de resultados de forma padronizada e em acordo com as suas respectivas referências. A Figura 6 mostra, esquematicamente, as etapas metodológicas desenvolvidas no presente trabalho.

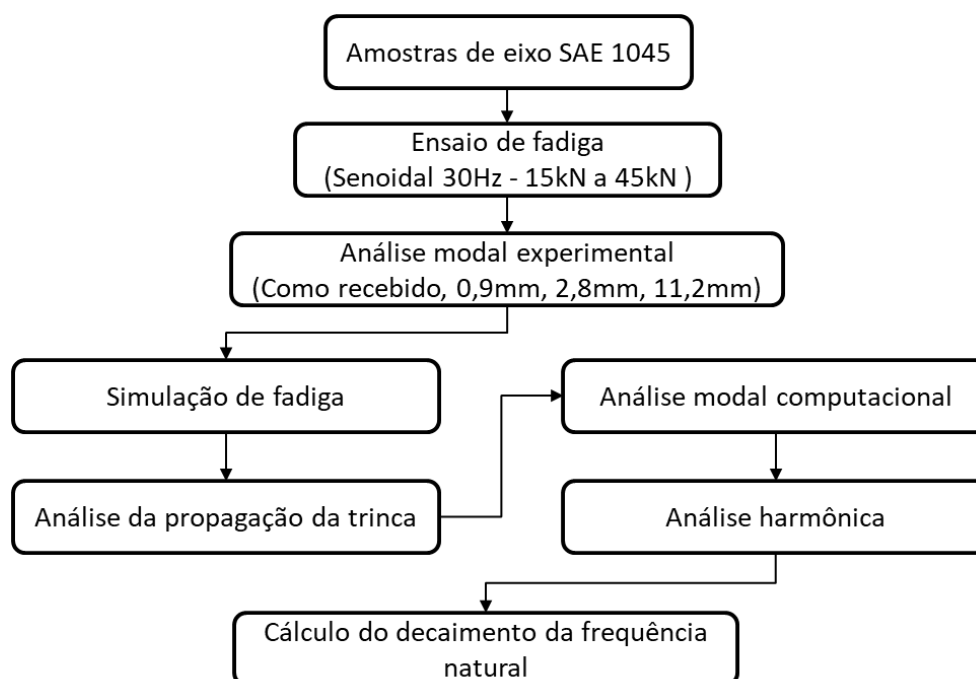


Figura 5 – Etapas metodológicas.

#### 4.2.1 Ensaio de fadiga

Foram fabricados dez corpos de prova de aço SAE 1045 conforme Figura 5, usinados com o comprimento 180 mm. Para a realização dos ensaios de fadiga por tração utilizando a Máquina Instron 8801. As amostras foram fabricadas com a seção circular do material laminado conforme recebido. O diâmetro de 16 mm foi definido em função do limite do mordente da máquina de tração. Foi usinado também um entalhe central em V com diâmetro mínimo de 12 mm e raio  $\rho$  de 0,2 mm, conforme descritos em Ciavarella (2004) e Benthem e Koiter (1973).

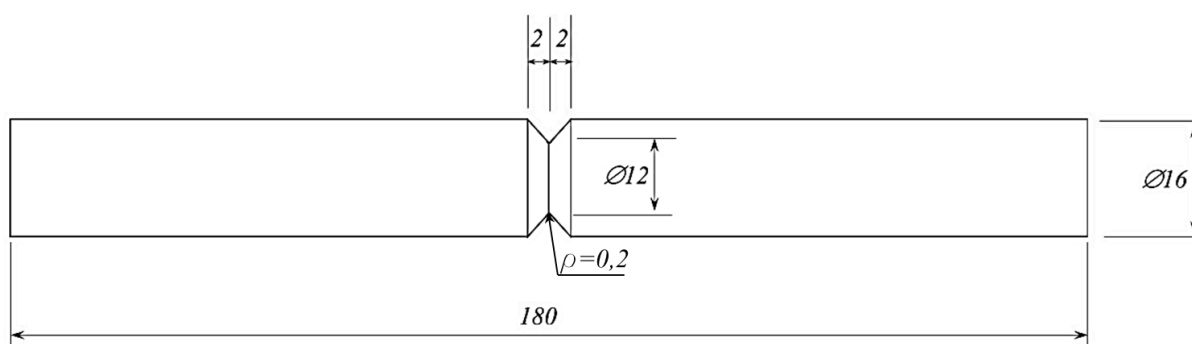


Figura 6 – Geometria dos corpos de prova.

Os corpos de prova foram submetidos a ensaio de fadiga de alto ciclo e a tensões inferiores ao seu limite de escoamento, produzindo trincas de uma forma controlada pela Carga. Para realização dos ensaios foi utilizada uma Máquina servo-hidráulica de fadiga Instron 8801, disponível no Laboratório de Mecânica Aplicada (VEM) da Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, da Universidade Federal Fluminense – EEIMVR/ UFF, conforme Figura 7.

O equipamento tem um cilindro hidráulico equipado com escala magnética para medir o deslocamento na parte inferior, com movimento preciso, controlado por uma válvula proporcional. A célula de carga está localizada na parte superior do equipamento. A capacidade do equipamento é de um carregamento de até 100 kN.

Os ensaios foram conduzidos de acordo com a norma ASTM E466–15 Standard Practice for Conducting *Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials*.

Usualmente os ensaios de fadiga tem por objetivo levar o corpo de prova a ruptura para que se possa identificar parâmetros relacionados a resistência do material, mas neste trabalho o objetivo do ensaio de fadiga foi obter trincamentos parciais em diferentes profundidades de trincas para que os corpos de prova fossem submetidos à análise modal experimental descrita em seguida.

Os ensaios foram controlados por Carga e o deslocamento também foi monitorado. Foram utilizados ciclos senoidais de 30 Hz com Carga variando de 15 kN a 45 kN.

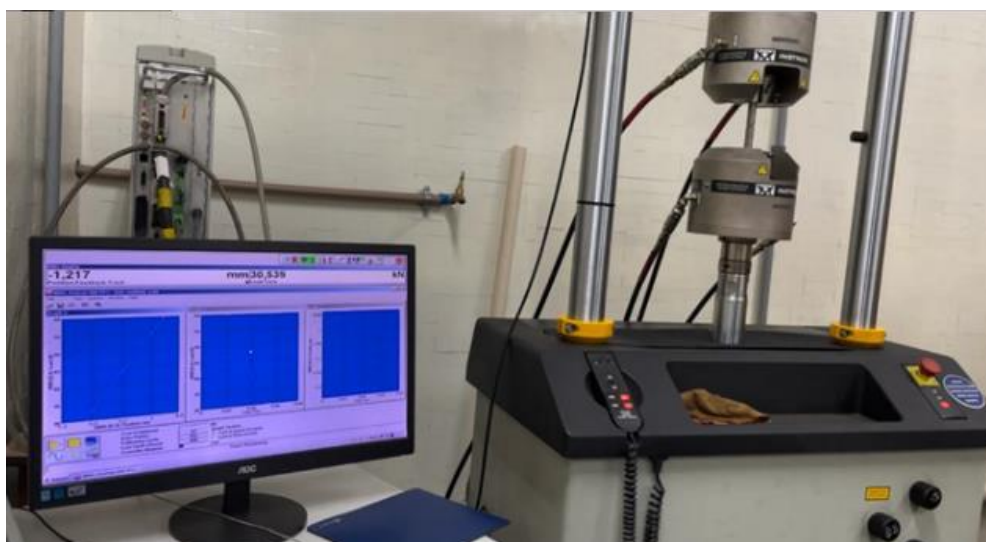


Figura 7 – Teste de fadiga controlado por carga na máquina Instron 8801.

Através dos ensaios foi possível observar a variação da rigidez do corpo de prova em função da alteração no deslocamento  $x$ . O ensaio era interrompido dependendo do comprimento de trinca que se quisesse atingir. De acordo com a lei de Hooke.

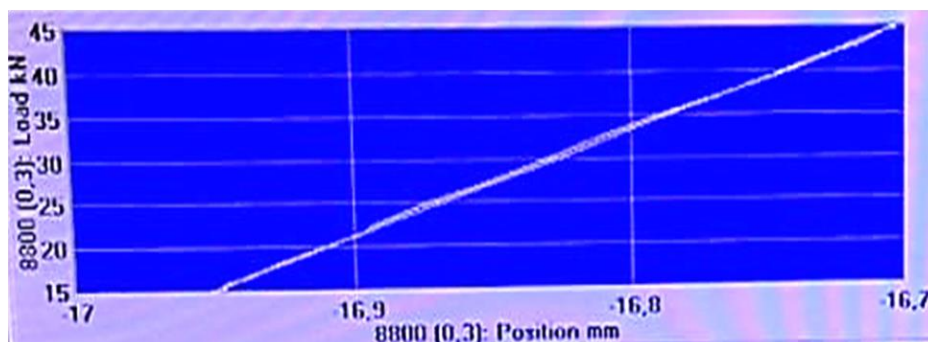
$$F = kx \quad (18)$$

Assim, a rigidez  $k$  equivale a relação entre Força  $F$  e o deslocamento  $x$ .

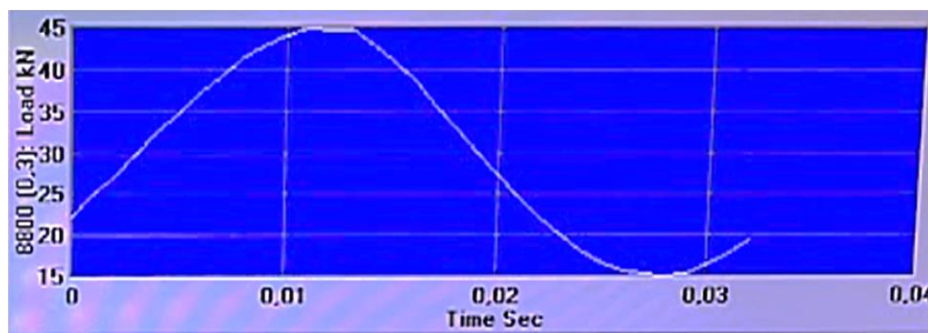
$$k = \frac{F}{x} \quad (19)$$

A Figura 8 mostra o controlador da máquina Instron 8801. A esquerda os parâmetros (a) Força  $F$  versus deslocamento  $x$ , (b) senoide da variação da Força no Tempo e (c) a senoide da variação do deslocamento no tempo, medidos durante o ensaio. Na medida em que o deslocamento  $x$  aumenta durante o ensaio, com a progressão da trinca, a rigidez  $k$  do eixo reduz, enquanto a força é mantida na faixa especificada (carga cíclica senoidal de 30 Hz com Carga variando de 15 kN a 45 kN).

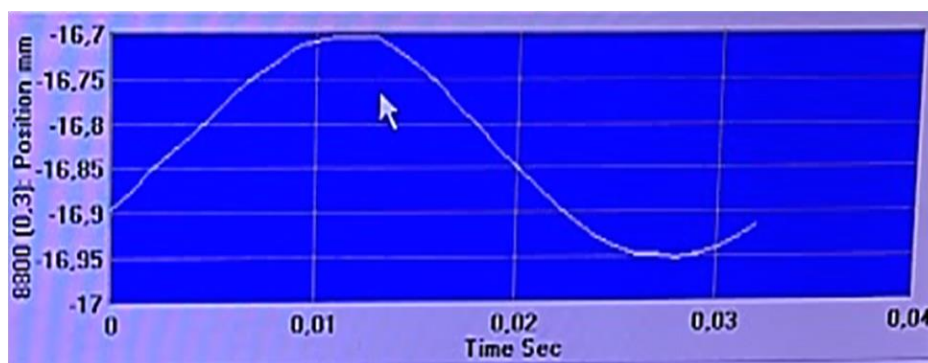
Observa-se na Figura 8(a) um deslocamento numa faixa de 0,25 mm na etapa inicial do ensaio de fadiga. O número de ciclos decorrido a partir dessa mudança percebida durante o ensaio foi o parâmetro para a obtenção dos diferentes comprimentos de trinca.



(a) Força  $F$  versus deslocamento  $x$  aplicados ao CP na etapa inicial do ensaio.



(b) Senoide da variação da Força no Tempo.



(c) Senoide da variação do deslocamento no Tempo.

Figura 8 – Display do controlador da máquina Instron 8801

De acordo com Duran (2014) o número de ciclos entre a trinca inicial e final pode ser calculado pela simples integração da lei de Paris, adicionando aqui a relação do fator de concentração de tensões  $\Delta K$  relação com a taxa de Tensão  $R$ , citado anteriormente:

$$\int_{N_i}^{N_f} dN = N_f - N_i = N_{if} = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)} \quad (20)$$

Sendo:

$N_i$  Número de ciclos inicial

$N_f$  Número de ciclos final

$a_i$  Profundidade inicial da trinca

$a_f$  Profundidade inicial da trinca

Durante os testes, quatro corpos de prova fraturaram em diferentes estágios de progressão da trinca. Após a realização da análise modal experimental os corpos de prova foram submetidos a tração até a ruptura total e as profundidades das trincas obtidas no ensaio de fadiga foram medidas, resultando em:

- CP número um sem trincas,
- CP número dois com uma trinca de fadiga inicial de 0,9 mm de profundidade,
- CP número três com uma trinca de fadiga de 2,8 mm de profundidade e,
- CP número quatro com uma trinca de fadiga de 11,2 mm de profundidade.

Seis corpos de prova tiveram ruptura completa durante o teste e não serão submetidos à próxima etapa experimental.

#### **4.2.2 Análise modal experimental**

A investigação dos modos naturais do eixo foi realizada no laboratório de análise de vibrações do centro de serviços da empresa SKF, em Cajamar (SP) utilizando o equipamento exposto na Figura 9, contemplando: (a) sensor acelerômetro piezoelétrico SKF CMAC 5056 que obtém a resposta da vibração, (b) o martelo modal SKF CMAC 5801M1 que gera o impacto inicial e (c) analisador de vibrações SKF CMXA70 que processa a análise modal (faixa de frequência até 20.000 Hz, Força até 495 lbf, resolução 10mV/lbf). As unidades foram mantidas na unidade original do martelo modal (libra-força) e do acelerômetro (gravidade).



(a) Acelerômetro piezoelétrico SKF CMAC 5056.



(b) Martelo modal SKF CMAC 5801M1.



(c) Analisador de vibrações SKF CMXA70.

Figura 9 – Equipamentos para o ensaio de análise modal experimental.

A análise modal experimental foi realizada à temperatura ambiente de 20°C e utilizando um suporte flexível na configuração demonstrado na Figura 10, empregando o acelerômetro na direção Z e o martelo modal também aplicado na direção Z.

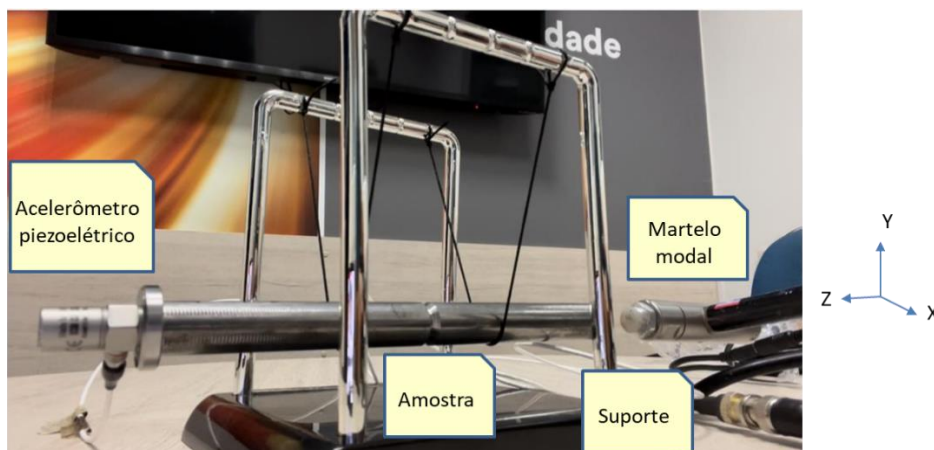


Figura 10 – Corpo de prova sendo submetido a análise modal experimental.

#### 4.2.3 Análise via o método de elementos finitos

A investigação dos modos naturais do eixo foi realizada via o MEF, através da análise modal computacional e análise harmônica.

Foi verificada a convergência dos valores das frequências naturais referentes aos modos de excitação obtidas pelo método experimental.

A primeira simulação foi obtida com o modelo do eixo íntegro, sem trinca. Para isso um modelo baseado em elementos finitos foi desenvolvido de forma a se aplicar a progressão de trinca na região do entalhe central. Este modelo serviu também para calibrar as condições de contorno através da comparação com os resultados obtidos na análise modal experimental.

Foram então realizadas mais três simulações sucessivas, avançando a medida da profundidade da trinca. Desta forma foi possível acompanhar a evolução das frequências naturais principais do eixo. Verificando-se a convergência dos valores das frequências naturais referentes aos modos de excitação obtidas pelo método experimental.

Foi criado um modelo idêntico ao corpo de prova e configurada uma malha de elementos quadráticos tetraédricos conforme Figura 11, uma condição para se utilizar a lei de Paris no Ansys, haja visto que o Algoritmo SMART irá modificar a

composição da malha durante a solução do problema, isto é, durante a propagação da trinca. Foi utilizado o elemento tetraédrico quadrático Solid187, totalizando 14.384 elementos e 25.677 nós.

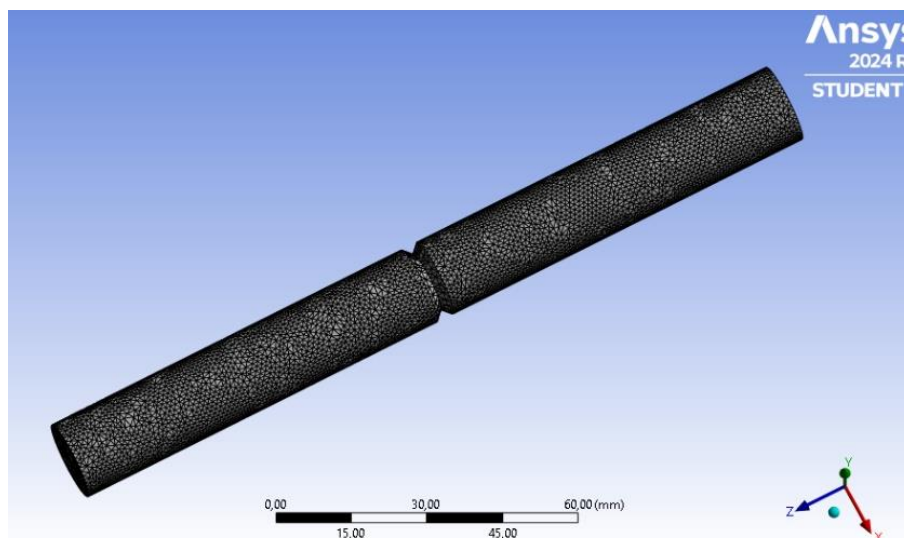


Figura 11 – Aplicação da malha quadrática de elementos tetraédricos no modelo.

Foram aplicadas condições de contorno com a fixação na extremidade superior e o carregamento na extremidade inferior. Utilizando a Ferramenta de Fadiga do Ansys foi aplicada uma carga cíclica senoidal com 30 ciclos/segundo (30 Hz), conforme Figura 12.

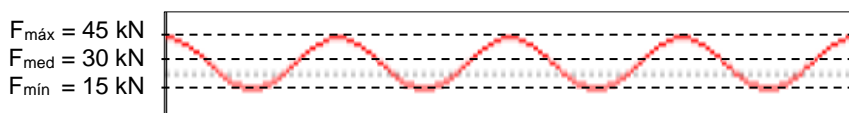


Figura 12 – Amplitude de Tensão aplicada na análise de Fadiga.

A ferramenta SMART utilizando os critérios da lei de Paris, com as constantes  $m = 3$  e  $C = 2,3^{-13} \frac{m/ciclo}{(MPa \cdot m^{1/2})^3}$  nos traz o número de ciclos até atingir uma determinada profundidade de trinca e o padrão de progressão que é apresentado na Figura 13.

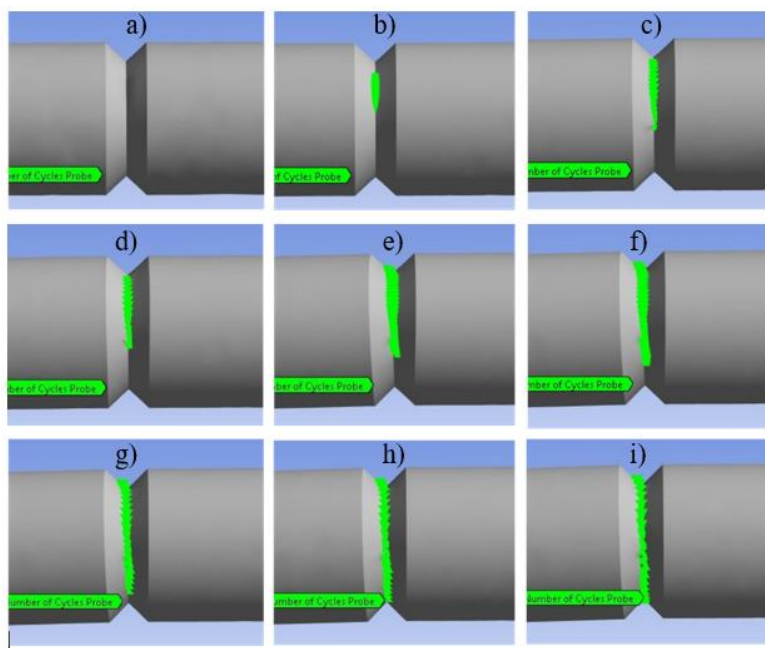


Figura 13 – Padrão de progressão da trinca usando a lei de Paris.

Foram gerados quatro modelos numéricos para simular cada um dos estágios da trinca conforme mostrado na figura 14. Os comprimentos da trinca de cada um dos modelos estão representados no detalhe na cor vermelha.

Modelo#1 Sem trinca	Modelo#2 0,9mm de profundidade	Modelo#3 2,8mm de profundidade	Modelo#4 11,2mm de profundidade
 (a)	 (b)	 (c)	 (d)

Figura 14 – Aplicação da malha quadrática de elementos tetraédricos no modelo.

A análise harmônica foi realizada usando o software MEF ANSYS Workbench 2024 R1 para caracterizar as principais frequências naturais e formas modais do eixo sem trinca. O modelo demonstrou convergência com os resultados experimentais, com um dos graus de liberdade tendo tido particular destaque na faixa de frequência de 6700 Hz.

A análise modal foi realizada para determinar as frequências naturais e formas modais dos quatro modelos citados e caracterizar o seu comportamento de acordo com progressão da trinca. Os deslocamentos obtidos em uma análise modal são relevantes na definição da direção dos vetores modais, caracterizando assim a forma modal, mas a amplitude de deslocamento não tem grande relevância nos resultados principais, sendo o problema modal essencialmente de proporções relativas aos parâmetros modais: frequências naturais, amortecimentos e modos naturais do sistema.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Análise Modal Experimental

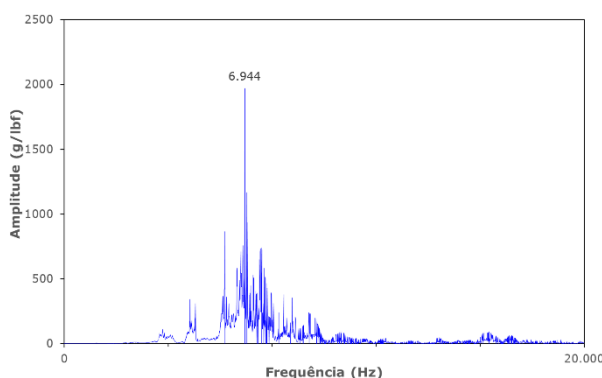
A Figura 15 mostra os resultados da análise modal experimental dos corpos de prova 1, 2, 3 e 4 com a amplitude de vibração em aceleração na unidade gravidade relativa a carga aplicada em libras (g/lbf) e no domínio da frequência em Hz, eliminando a necessidade de uma integração eletrônica (via hardware) ou matemática (via software) por estar sendo medido com acelerômetro. Observa-se na sequência da figura (a) até a figura (d) a progressão da frequência natural no domínio da frequência (eixo horizontal), relativa as diferentes profundidades de trinca, da menor (sem trincas) para a maior (trinca de profundidade 11,2 mm). O limite da escala horizontal de 20.000 Hz foi configurado para ter a mesma varredura das frequências identificadas na análise harmônica computacional. A escala do eixo vertical foi fixada em 2.500 g/lbf.

A Figura 15 (a) mostra o gráfico da função de resposta do corpo de prova número um, sem trincas, apresentando uma frequência principal de 6944 Hz.

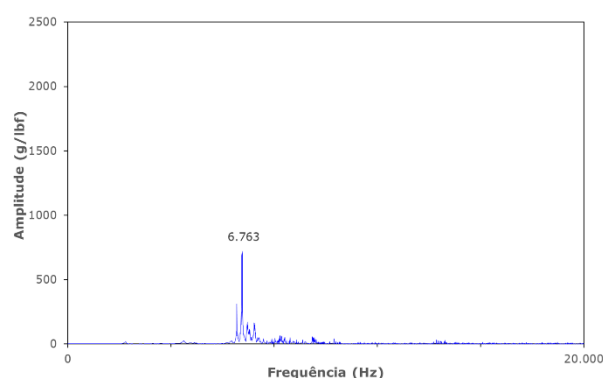
A Figura 15 (b) mostra o gráfico da função de resposta do corpo de prova número dois, com uma trinca inicial de 0,9 mm de profundidade, apresentando uma frequência principal de 6763 Hz, uma redução de 2,6% no domínio da frequência em relação a condição sem trincas.

A Figura 15 (c) mostra o gráfico da função de resposta do corpo de prova número três, com uma trinca de 2,8 mm de profundidade, apresentando uma frequência principal de 6131 Hz, uma redução de 11,7% no domínio da frequência em relação a condição sem trincas.

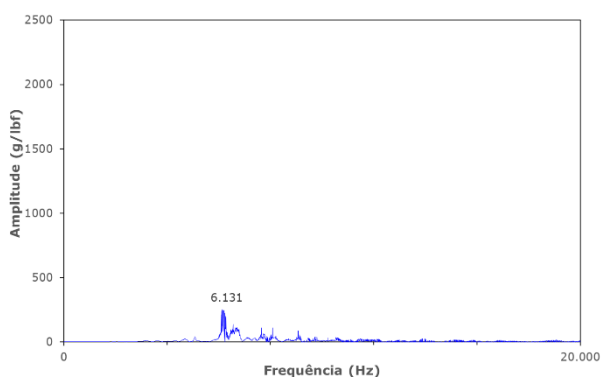
Figura 15 (d) mostra o gráfico da função de resposta do corpo de prova número quatro, com uma trinca final de 11,2 mm de profundidade, apresentando uma frequência principal de 3775 Hz, uma redução de 45,6% no domínio da frequência em relação a condição sem trincas.



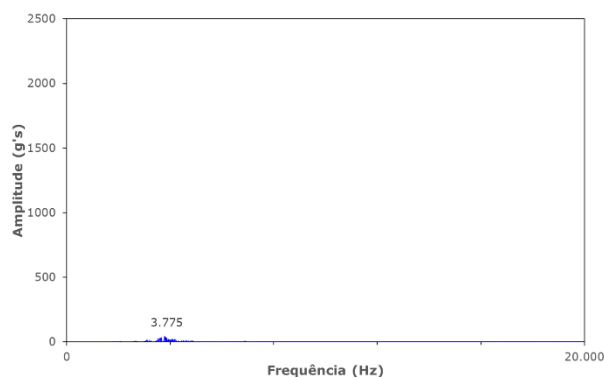
(a) CP-1 (sem trinca).



(b) CP-2 (0,9 mm de profundidade).



(c) CP-3 (2,8 mm de profundidade).



(d) CP-4 (11,2 mm de profundidade).

Figura 15 – Análise Modal Experimental – Gráficos da Função de Resposta.

Nota-se que a frequência principal diminui no domínio da frequência conforme a profundidade da trinca aumenta. A frequência natural diminui à medida que a profundidade da trinca aumenta, em razão do decréscimo de rigidez estrutural dos CP, em comparação ao CP em que não houve trincamento mostrado na Figura 15 (a). A amplitude da resposta vibratória também sofre um decréscimo, tema que não foi explorado neste trabalho.

## 5.2 Simulação de Fadiga via MEF

O modelo numérico de elementos finitos foi analisado sob condições de simulação para teste de fadiga, utilizando as condições de contorno previamente descritas na seção de Materiais e Métodos. A Figura 16 apresenta o resultado das tensões equivalentes de von Mises, evidenciando um valor máximo de 166,35 MPa na região entalhada sob o carregamento cíclico. Comparando esse valor com o limite de escoamento do material, indicado na Tabela 2 como 553 MPa, observa-se que as tensões induzidas pelo carregamento de fadiga permanecem dentro de uma margem de segurança em relação a resistência do material.

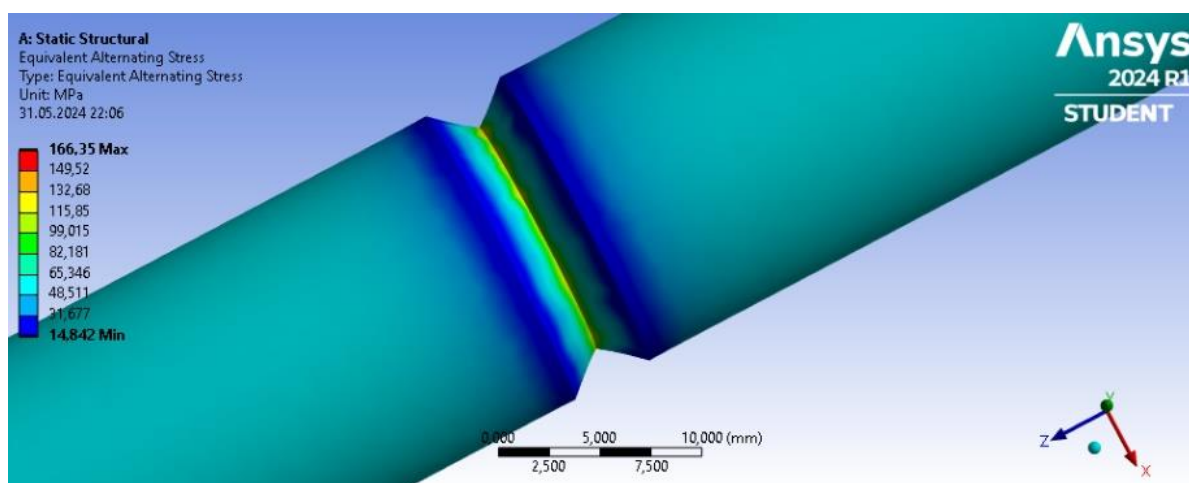


Figura 16 – Resultados numéricos de tensões de von Mises.

Foi possível obter o número de ciclos de carga para iniciar a trinca nessas condições, e durante a progressão da trinca por meio de simulação no Ansys Fatigue Tool, SMART Crack Growth e usando a lei de Paris. A Figura 17 mostra o gráfico  $a$  (mm) versus  $N$  (ciclos), comparando a profundidade da trinca com o número de ciclos. O gráfico mostra a profundidade da trinca aumentando a partir de  $2.8646 \times 10^7$  ciclos e a trinca final próxima a 12 mm de profundidade com  $2.8727 \times 10^7$  ciclos. O resultado mostra 81.000 ciclos para propagar a trinca.

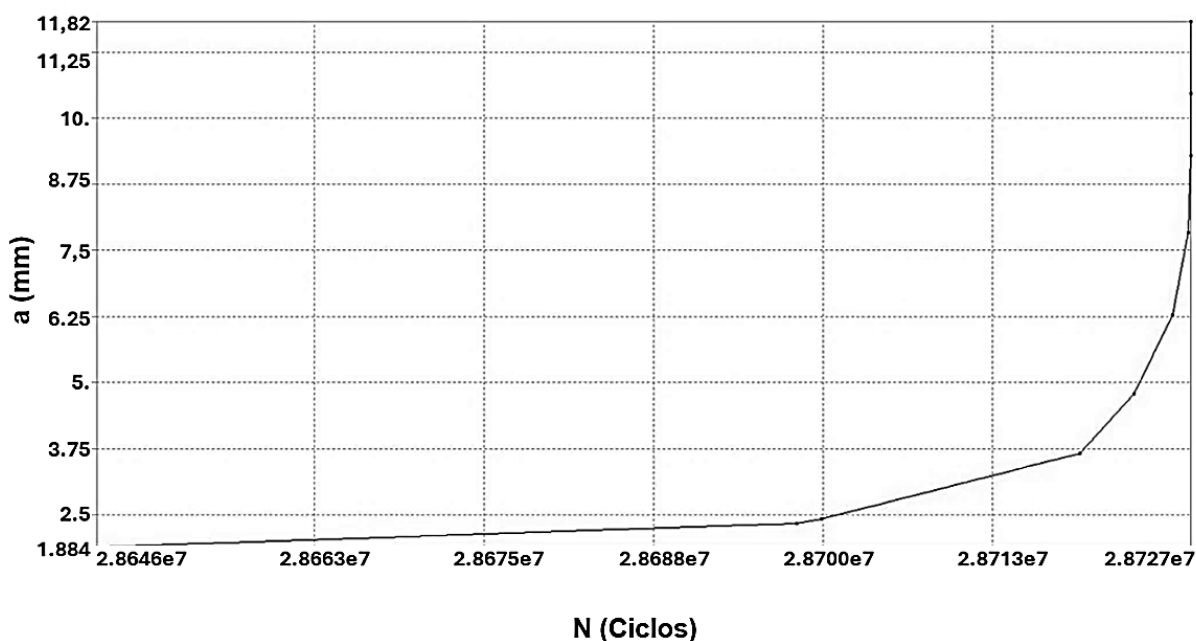


Figura 17 – Gráfico a (mm) x N (ciclos).

### 5.3 Análise Harmônica via MEF

Os autovalores e os autovetores foram obtidos por meio de análise harmônica. A Figura 18 mostra o gráfico da Função Resposta de Frequência (FRF) do modelo sem trinca, relacionando a resposta do sistema dinâmico a excitação harmônica aplicada. Os resultados mostram o segundo modo de flexão na faixa de 6700 Hz, com um pico de ressonância significativo, mudança de fase de 180° e amortecimento moderado. Esta região será mais profundamente explorada em razão dos resultados experimentais obtidos.

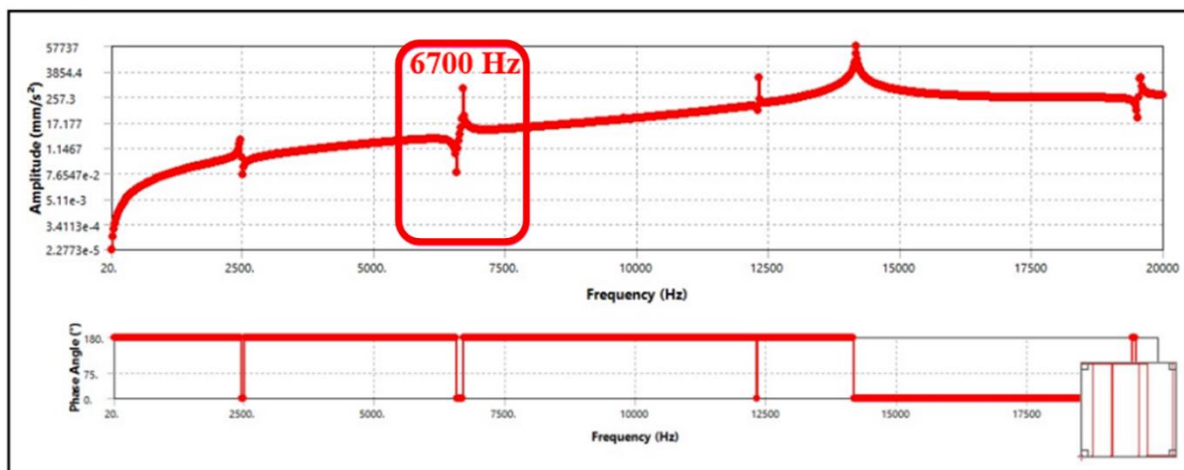


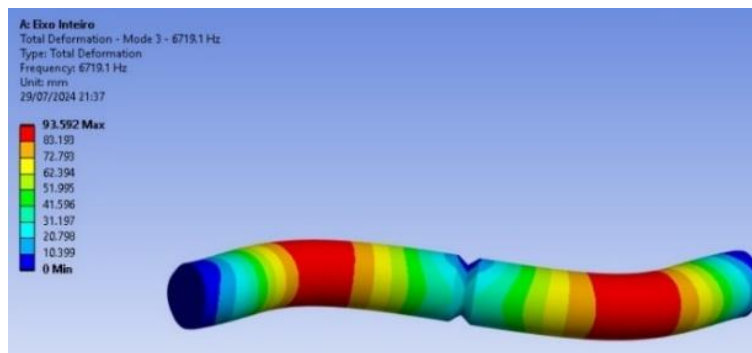
Figura 18 – Gráfico FRF – Função Resposta de Frequência (sem trinca).

Essa faixa de frequência mostrou maior evidência em todas as execuções experimentais. A análise harmônica da amostra sem trinca foi utilizada para calibração do modelo.

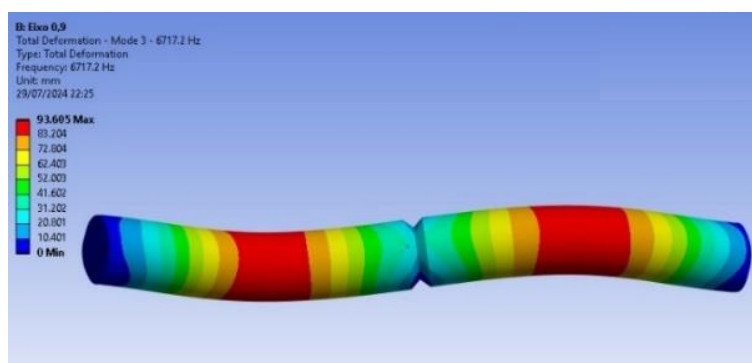
#### **5.4 Análise Modal via MEF**

A Figura 19 apresenta as frequências naturais e os modos de vibração de interesse obtidos numericamente a partir dos modelos de elementos finitos desenvolvidos. Pode-se observar que o primeiro modelo sem trinca, Fig. 18(a), mostra a frequência de 6719,1 Hz no segundo modo de flexão, o mesmo observado nas análises experimentais. O segundo modelo, com uma profundidade de trinca de 0,9 mm, Fig. 18(b), mostra um ligeiro decaimento de apenas 0,03%, resultando na frequência de 6717,2 Hz. O terceiro modelo, com uma profundidade de trinca de 2,8 mm, Fig. 18(c), mostra uma mudança de 10,1%, resultando na frequência de 6039,8 Hz. Então o quarto modelo, com uma profundidade de trinca de 11,2 mm, Fig. 18(d) mostrou uma mudança de 38,1%, resultando na frequência de 3740,2 Hz.

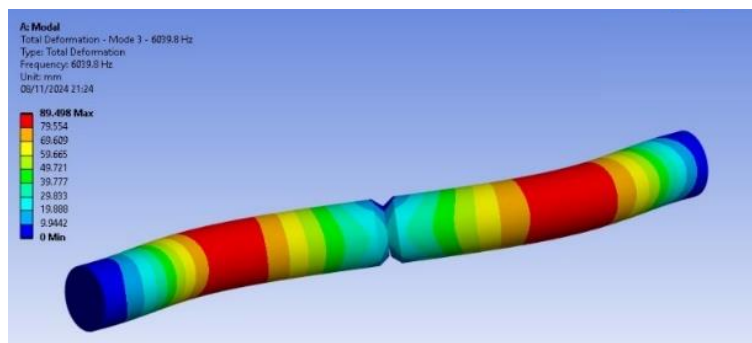
Nesta análise percebe-se que conforme a profundidade da trinca aumenta ocorre o decaimento desta frequência natural, enquanto a amplitude do deslocamento na forma modal se mantém. Este decaimento da frequência natural chega a 44,3% comparando-se o modelo sem trinca (6719,1 Hz) com modelo de maior profundidade de trinca (3740,2 Hz).



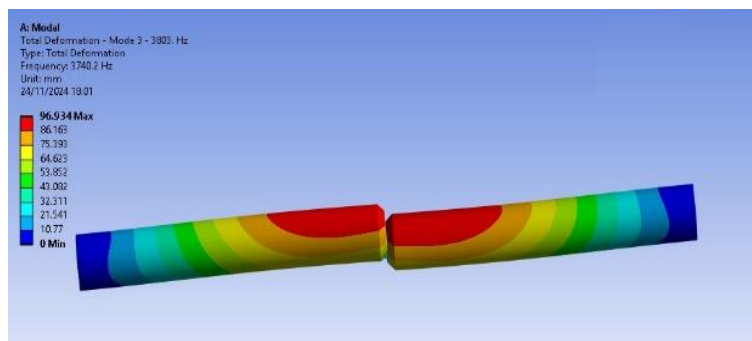
(a) Modelo#1 - 6719,1 Hz; Deformação total 93,592 mm.



(b) Modelo#2 - 6717,2 Hz; Deformação total 93,605 mm.



(c) Modelo#3 - 6039,8 Hz; Deformação total 89,498 mm.



(d) Modelo#4 - 3740,2 Hz; Deformação total 96,934 mm.

Figura 19 – Resultados da análise modal dos 4 modelos.

## 5.5 Frequências Naturais versus Profundidade da Trinca

A Tabela 3 mostra as frequências naturais obtidas nos resultados das análises experimentais e dos resultados numéricos obtidos via o MEF. Os resultados experimentais demonstram que frequências naturais tiveram um decaimento na medida em que a profundidade de trinca era maior.

O decaimento da frequência natural da amostra sem trinca para a amostra com trinca de 0,9 mm foi de 2,4%. O decaimento entre a amostra com trinca de 0,9 mm para a amostra com trinca de 2,8 mm foi de 9,5%. O decaimento entre a amostra com trinca de 2,8 mm para a amostra com trinca de 11,2 mm foi de 38,2%.

Os resultados experimentais mostraram um decaimento total da frequência natural estudada de 6944 Hz para 3775 Hz, um decréscimo da ordem de 45,6% no domínio frequência, à medida que a trinca se propaga. Os resultados numéricos mostraram um decaimento da frequência natural estudada de 6719,1 Hz para 3740,2 Hz, um decréscimo da ordem de 44,3% no domínio frequência, à medida que a trinca se propaga.

Em todos os casos observa-se uma frequência ligeiramente superior nos resultados experimentais em relação aos resultados numéricos. Um erro entre 0,9% e 3,2%.

Tabela 3 – Resultados das frequências naturais versus profundidade da trinca.

<b>Profundidade da trinca</b>	<b>Experimental</b>	<b>Numérico</b>	<b>Erro</b>
Sem trinca	6944 Hz	6719,1 Hz	3,2%
0,9 mm	6763 Hz	6717,2 Hz	0,9%
2,8 mm	6131 Hz	6039,8 Hz	1,5%
11,2 mm	3775 Hz	3740,2 Hz	1,3%

A Figura 20 mostra a comparação entre a análise experimental e a análise de elementos finitos, tendo frequência natural como função da progressão da trinca, sendo a relação entre  $a$  profundidade da trinca e o diâmetro da seção  $d$ . O gráfico indica uma forte correlação negativa entre estas variáveis.

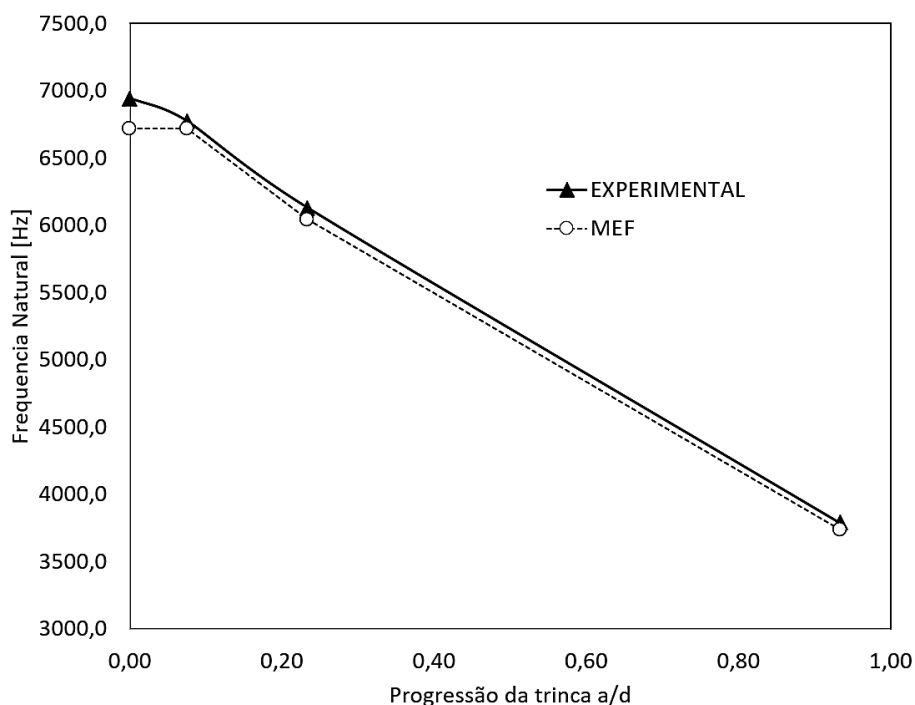


Figura 20 – Frequências naturais versus profundidade da trinca.

Os resultados experimentais e numéricos mostraram que a frequência natural sofre um decaimento à medida que a trinca se propaga, este comportamento também foi observado por Lebold et al (2003) e Lissenden (2007). Bhana (2013) também comparou seus resultados aos de Lebold et al (2003) obtendo um decaimento da frequência natural na medida em que se aumentava a profundidade da trinca.

## 6 CONCLUSÕES

No presente estudo, frequências naturais de eixos submetidos a testes de fadiga mostrando diferentes profundidades de trincas foram avaliadas por meio de análise modal e análise de elementos finitos, consistindo em simulação de fadiga, análise estrutural, modal e harmônica.

As principais observações estão resumidas abaixo:

(1) Os resultados experimentais foram comparados aos resultados numéricos e excelente concordância foi observada. O modelo é preciso para cálculos de frequências naturais. Conforme descrito na Tabela 3, os resultados experimental e numérico mostraram um decaimento da ordem de 45% na frequência natural no domínio da frequência, enquanto ocorre a propagação da trinca.

(2) Os resultados numéricos mostraram uma faixa de 81.000 ciclos até a fratura final, conforme observado na Figura 17, um tempo decorrido de cerca de 44 minutos. Como o corpo de prova foi testado usando um ciclo de fadiga de 30 Hz, esse seria o tempo equivalente para tomar uma ação proativa para evitar uma falha catastrófica de um eixo trincado em um equipamento rotativo, nas condições consideradas.

(3) Foi possível avaliar a mudança de frequência durante a progressão da trinca por meio de análise modal e método dos elementos finitos. Os resultados indicaram que a mudança de frequência foi controlada pela mudança de rigidez durante a progressão da trinca, o que indica que é viável monitorar a progressão da trinca rastreando essas frequências naturais.

## 7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados deste trabalho comprovam a eficácia da técnica de análise de vibrações para identificar e caracterizar a propagação de trincas de fadiga em eixos. Porém, há alguns pontos que podem ser aprofundados e que darão continuidade ao estudo. Dentre eles, destacam-se:

- Realizar análise modal de um equipamento industrial, como fabricado para servir de referência, identificando no gráfico FRF quais são as frequências principais do sistema. Os ensaios devem ser compatíveis com o sistema, levando em consideração suas dimensões e os graus de liberdade especialmente na região do eixo e mancais.
- Proposição de modelos numéricos tridimensionais de elementos finitos capazes de reproduzir de forma consistente o comportamento dinâmico de um equipamento industrial com enfoque na alteração das frequências e formas modais durante a propagação da trinca.
- Realizar o monitoramento das frequências naturais de um equipamento industrial de forma contínua, através de sistemas on-line, configurando as frequências principais com a geração de gráficos FFT de aceleração e definindo alarmes de banda espectral visando identificar alterações no domínio da frequência.
- Explorar o decaimento da amplitude das frequências naturais durante a progressão da trinca.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSHOAIBI, A. M., **Numerical modelling of crack growth under mixed-mode loading**. Applied Sciences, 2021.

AMEYAW, D. A., **Crack detection in shaft using vibration measurements and analysis**. Technical report, Kwame Nkrumah University of Science and Technology, 2014.

ANSYS. **SMART Crack Growth** - Apostila do Curso, ESSS, 2019.

ASM INTERNATIONAL, Campbell, F. C. **Fatigue and Fracture: Understand the Basics**. The materials Information Society, Ohio, 2012.

BATHE, K.J., **Finite element procedures**. 5. ed, Prentice Hall, Pearson Education, Massachusetts, 2014.

BASHIRI, A. H, **2D and 3D numerical simulation of fatigue crack growth path and life predictions of a linear elastic**, **Materials Science**, Polland, 2021.

BELYTSCHKO, T. e BLACK, T, **Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing**." International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999.

BENTHEM, J.P. e KOITER, W.T., **Asymptotic aproximations to crack problems**. Noordhoff international publishing, Leyden, 1973.

BENTLY, D e MUSZYNSKA, A., **Detection of rotor cracks**. Proceedings of the 15<sup>th</sup>. Turbomachinery Symposium, Texas, 1986.

BHANA, V., **Online damage detection on shafts using torsional and undersampling measurement techniques**, University of Pretoria, 2013.

CAMILO, M. F., **Crescimento de trinca de fadiga no Aço SAE 4140 sujeito à vibração forçada**, Caxias do Sul, 2015.

CASTRO, P. e TAVARES, S., **Fadiga de materiais e de estruturas**. Memórias da academia das ciências, Lisboa, 2020.

CHEUNG, P., **Frequency Responses of a System**. Department of electrical and electronic engineering. Imperial College, London, 2020.

CIAVARELLA, M. et al., **One, no one, and one hundred thousand crack propagation laws: A generalized Barenblatt and Botvina dimensional analysis approach to fatigue crack growth**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2008.

CIAVARELLA, M. Meneghetti, G. **On fatigue limit in the presence of notches: classical vs. Recent unified formulations**. International Journal of Fatigue, 2004

DA ROSA, E., **Análise de Resistência Mecânica: Mecânica da fratura e fadiga**. UFSC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

DONG, Jianwei et al., **Fatigue crack propagation experiment and numerical simulation of 42CrMo steel**. Journal of Mechanical Engineering Science, 234: 203-210, 2020.

DURAN J. A. R., **Taxas de propagação de trincas de fadiga: Uma abordagem baseada na fadiga oligocíclica**. 1. Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2012.

DURAN J. A. R., HERNANDEZ C. T. **Evaluation of three current methods for including the mean stress effect in fatigue crack growth rate prediction**, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2014.

FERNADEZ-SAEZ, J.; NAVARRO, C., **Fundamental frequency of cracked beams in bending vibrations: an analytical approach**, 2001.

INMAN, J. D., **Engineering Vibration**. 2. Ed. New Jersey: Prentice Hall International, Inc. 2001.

KUMAR, A.; MAHTO, J. N. **Experimental investigation of crack in aluminum cantilever beam using vibration monitoring technique**. International Journal of Computational Engineering Research, 2014.

LEBOLD, M.S, et al., **Technology development for shaft crack detection in rotating equipment**, EPRI International Maintenance Conference, Chicago, 2003.

LEBOLD, M.S, et al., **Using torsional vibration analysis as a synergistic method for crack detection in rotating equipment**, IEEE Aerospace Conference Proceedings, 2004.

LISSENDEN, C.J. et al., **Torsion response of a cracked stainless-steel shaft**, Fatigue Fracture Engineering Material Structure, 30: 734-747, 2007.

MARQUIS, G.A. e SOCIE, D.B., **Crack propagation under cyclic hydraulic pressure loading**, International Journal of Fatigue, 19: 543-550,1997.

MUGHRABI, H. **Microstructural mechanisms of cyclic deformation, fatigue crack Initiation and early crack growth**. Philos. Trans. R. Soc. A 373, 2015.

NISBETT K.; BUDYNAS R., **Shigley's Mechanical Engineering Design**. 8. ed. New York EUA: McGraw-Hill, 2008.

NORTON, R. L., **Projetos de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 4 Ed. Bookman, 2011.

OZEL, T. **Finite Element Method Simulation of machining of AISI 1045 steel with a round edge cutting tool**, May 10-11, pp. 533-542, 2005.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

PARIS, P.C.; GOMEZ, M.P.; ANDERSON, W.P, **A rational analytic theory of fatigue**, The Trend in Engineering 13, 9–14, 1961.

PARIS, P.C.; ERDOGAN, F. **A critical analysis of crack propagation laws**, ASME Journal of Basic Engineering, 85D, 528–534, 1963.

PRIYADARSHINI, A. **Identification of cracks in beams using vibrational analysis**, 2013.

SABNAVIS, G.; et al., **Cracked Shaft Detection and Diagnosis**. The Shock and Vibration Digest, Vol. 36, N° 4, 2004.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H., **Experimental Modal Analysis**. In: CSI Reliability Week, 1999. Proceedings: Jamestown, California, 1999.

SERRA, R. C., **Detecção de trincas em eixos de bombas centrífugas em operação, através da técnica de análise de vibrações**, INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR, 1995.'

SINGH, S. **Effect of heat treatment processes on the mechanical properties of AISI 1045 steel**, Material Today Proceedings, Volume 45, Part 6, Pages 5097-5101, 2021.

SOUZA, S. A. **Ensaio mecânicos de materiais metálicos: Fundamentos teóricos e práticos**. 5. ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1982.

TAYLOR, J. I., **The Vibration Analysis Handbook: A Practical Guide for Solving Rotating Machinery Problems** 1. ed. VCI, 2003.